Классификация чисел

от «03» июня 1999 года *Найгеборин В.Д.*

Вместо введения.

Кроха-сын пришел к отцу,
И спросила, мысля,
Что такое - Цифры?
И что такое - Числа?

Однажды, мой сын подошел ко мне с вопросом:
- Пап, что такое - путеводитель?
- Э-э-э..., - многозначительно и глубокомысленно произнес я (Взрослый человек на любой детский вопрос глубокомысленно произносит: Э-э-э...).
- Это карта? - не дождавшись моего ответа, сам отвечает сынуля.
- В каком-то смысле - да...
- А что такое путеводитель чисел? - и огорошивает меня новым вопросом.
- Откуда ты такое взял?
- Да вот, задали в школе реферат...

Кстати, учился он тогда в пятом классе. И я поразился, какая умная школьная программа, какие замечательные учителя. В наше время таких прекрасных заданий не давали - это же самостоятельно составить структуру чисел!

Пораженный я стал ждать результатов, и через некоторое время спрашиваю сына:
- Ну, как дела с путеводителем?
- С каким путеводителем?
- Путеводителем чисел! Тебе же реферат задавали!?
- Нет, папа, ты что-то перепутал или не так понял.

Да, сказать, что я был тогда расстроен, это значит - ничего не сказать. И так, мысль на корню погибала, но тут вскоре был организован научно-дискуссионный клуб «Крепость», в котором я и поспешил зачитать данный доклад.

Однажды, известного польского математика
Вацлава Серчинского (1882-1969) жена
попросила присмотреть за вещами:
- Смотри их ровно десять!
Когда она через минуту вернулась, Вацлав
утверждал, что вещей девять.
- Не может быть, они никуда не могли деться,
ведь я отсутствовала меньше минуты!
- Смотри сама, - отвечал математик
и начал пересчитывать вещи:
-Ноль, один, два...

Вот таким образом, казалось бы простой вопрос, математик доводит до абсурда. И так во всем, а математика призванная для научной и однозначной обоснованности любого вопроса ему в этом только потворствует. И я задался целью составить простенькую структурную схему известных на сегодняшний день чисел, в которой каждый тип чисел размещался бы на своем месте и только однозначно.

1.Цель доклада.

Изучая теорию чисел, постоянно сталкиваешься с большим разнообразием типов чисел. Простые числа, совершенные, трансфинитные, идеальные, алгебраические, комплексные и т.п., они же образуют свои теории чисел. В принципе, собственно теория чисел изучает только натуральные числа, а существуют алгебраическая, комплексная, иррациональная и другие теории соответствующих чисел.

Понимая общую красоту построения чисел, с определенного момента теряешь логику структуры чисел, например:

1. Нуль входит в действительные и рациональные числа, а рациональные числа входят в действительные - (стр. 172 и 636 [1]);
2. Алгебраические и трансцендентные числа по общему определению (стр. 62 и 587) являются комплексными (именно решение квадратичного алгебраического уравнения и привело к открытию мнимых чисел), и в то же время алгебраические и трансцендентные числа составляют полное множество действительных чисел, которые в свою очередь являются частным случаем комплексных;
3. А когда действительные числа разделяют на положительные и отрицательные (стр. 172), то это напоминает классификацию натуральных чисел на четные и нечетные, а дробей на десятичные, шестидесятиричные (сексазимальные) и проичные.

Таким образом, целью данного доклада является построение общей структурной схемы или таблицы чисел, наиболее полно описывающее их многообразие на сегодняшний день, являющейся одновременно краткой и исчерпывающей.

2.История появления и развития чисел

История появления и развития чисел сама по себе интересная тема исследования, при этом возникают вопросы:

- Какие виды деятельности человека вызывали изобретения новых типов чисел?
- Как изобретение нового типа чисел влияло на деятельность человека?
- Как вид счисления и развитие математики влияло на культуру и народы в целом?
- Как развитие философии и культуры влияло на математику и появление новых типов чисел, в частности?
- Смысловое понимание самого большого числа (3, 6, 7, 13, архимеда - 10**63, гугол -10**100, Скьюза - 10**10**10**10**34)?

Но история интересует нас как тенденция развития многообразия чисел с целью построения общей структурной схемы чисел:

Табл.1.

Числа	года	страны	авторы	применение
натуральные египетские дроби дробные	2000 до н.э. 1500 до н.э. 1500 до н.э.	Египет Египет Вавилон		счет счет учет, %%
простые/составн. π бесконечные иррациональные	5 в до н.э. 3 в до н.э. 3 в до н.э. 3 в	Др. Греция Др. Греция Др. Греция Др. Греция	Пифагор Архимед Евклид Диофант	теория чисел механика геометрия понятие число
десятичные отрицательные	5 в 10 в	Индия/Араб. Индия/Араб.	Аль-гебра Омар Хайям	счет, учет баланс

нуль	10 в	Индия/Араб.		баланс
алгебраические	15 в	Европа	Виет	
е	17 в	Европа	Непер	
трансцендентные	19 в	Европа	Лиувилль	
действительные	19 в	Европа	Дедекинд	
комплексные	19 в	Европа	Гаусс	
кватернионы	19 в	Европа	Гамильтон	
гиперкомплексные	19 в	Европа		

3.Современная классификация чисел.

История развития чисел в значительной мере определила структуру чисел, которую можно построить исходя из следующих современных определений:

1. Гиперкомплексное число - обобщение комплексного при построении числовой системы в многомерном пространстве (стр. 157);
2. Действительные числа частный случай комплексных (стр. 278);
3. Действительное (вещественное) число - любое положительное число, отрицательное число или нуль (стр. 172);
4. Переход к множеству действительных чисел состоит в присоединении к рациональным числам иррациональных (стр. 636);
5. Иррациональные числа разделяются на нерациональные и числа (стр. 247);
6. Числа целые, дробные рациональные и нуль получили общее название рациональных (стр. 636);
7. Целые положительные числа (натуральные) распадаются на... простые и составные (стр. 631);
8. Среди простых попадаются пары таких, разность между которыми 2... простые близнецы (стр. 631);

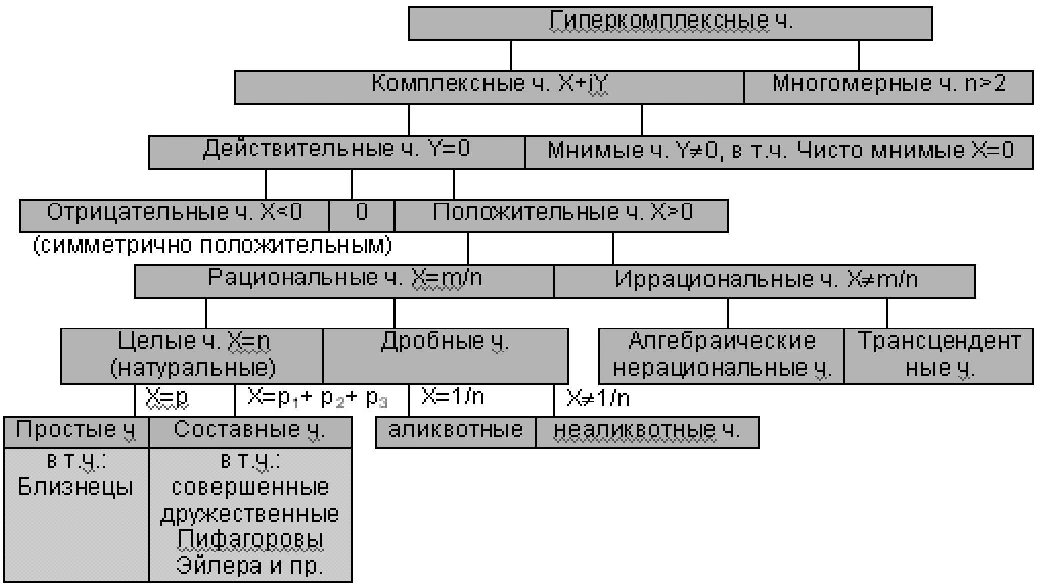

Рис. 1.

4. Недостатки известной классификации. Предлагаемая классификация чисел.

Так как п.2 и п.6 противоречат друг другу, то я сразу убрал из рациональных и действительных чисел нуль. А если дальше: Какое это рациональное число? И вообще число ли это? Моя гипотеза: Нуль - это гиперкомплексное счисление при n=0, стоило это предположить, как все и понеслось [2].

Другие недостатки в вышеописанной структуре действительных чисел:

1 упоминавшееся выше противоречие по делению на положительные и отрицательные числа;

2 искусственность определения рациональных и, соответственно, иррациональных.

Учитывая также, что все рациональные числа могут быть представлены в виде $X=a/b*p^k$ (стр. 43) предлагается следующая схема чисел:

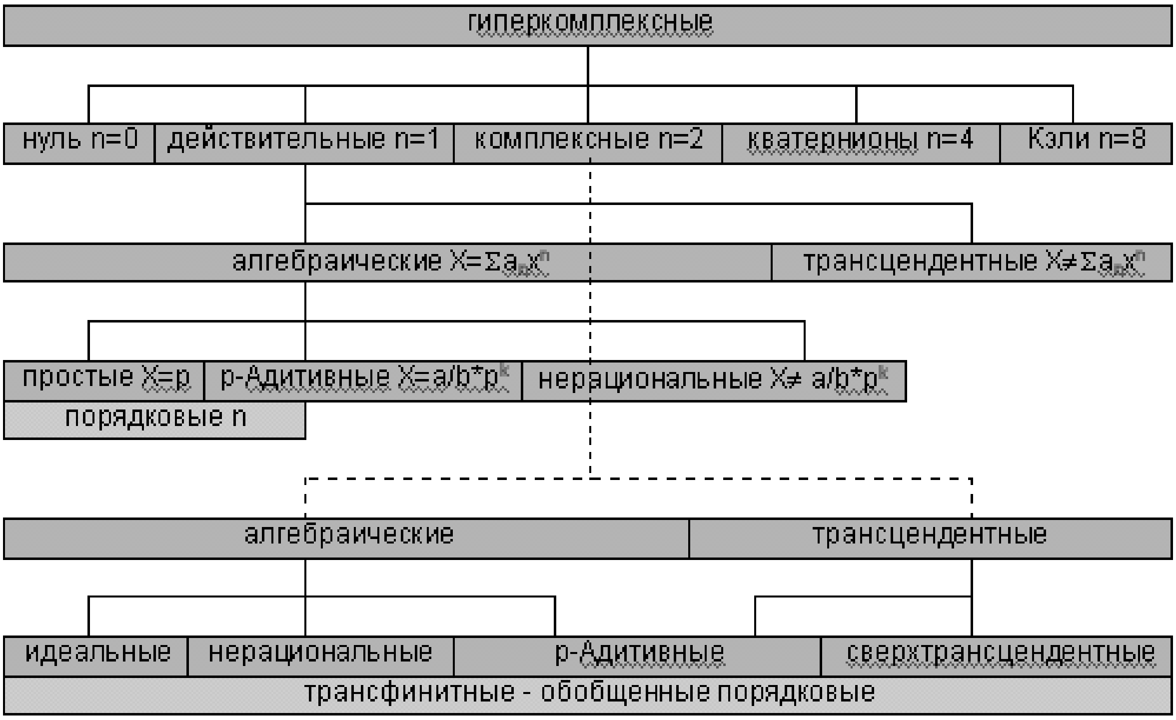

Рис. 2.

Главное, здесь не потерялись порядковые числа (нормальные), на которых зарождалась вся математика, и с помощью которых можно сформировать любое ныне существующее число (кроме гиперкомплексных числах для n>2).

Источник информации:

1. "Большой энциклопедический словарь - Математика" Изд-во "Большая Российская энциклопедия" М. 1998г.

Примечания:

[1] здесь и далее везде "Большой энциклопедический словарь - Математика" Изд-во "Большая Российская энциклопедия" М. 1998.
[2] кстати, для n>2 умножение гиперкомплексных чисел некоммутативно, т.е. $ab \neq ba$, а для n>3 и неассоциативно, т.е. $(ab)c \neq a(bc)$ (стр. 157) Еще какой-то физический смысл можно найти для кватернионов (n=4), физический объем + физическая величина (пространственный континуум) - это единственная ассоциативная некоммутативная алгебра, но в ней нет нуля, или чисел Кэли (n=8) - физический объем + физическая величина + время (пространственно-временной континуум) - это единственная некоммутативная неассоциативная, но альтернативная алгебра, в которой тоже нет нуля.
Таким образом:

Размерность гиперчисла	Размерность пространства	Применимость алгебры	Используемые числа
0	0	нет	ноль
1	1	полная (теория действительного числа)	действительные
2	2	полная (теория комплексного числа)	комплексные
3	нет	нет	нет
4	3	частичная (теория гиперкомплексного числа)	кватернионы
5	нет	нет	нет
6	нет	нет	нет
7	нет	нет	нет
8	4	частичная (теория гиперкомплексного числа)	Кэли
9 и далее	нет	нет	нет

Вывод 1. Ноль - частный случай действительных чисел, действительные - частный случай комплексных чисел, комплексные - кватернионов, кватернионы - чисел Кэли.
Вывод 2. Размерность нашего мира и четыре арифметических действия определяют максимальную размерность числа.